

文章编号:1000-8055(2011)10-2323-07

轴流风机中雷诺应力与应变滞后涡黏模型的 PIV 实验

贾永霞, 姜楠

(天津大学 机械工程学院 力学系, 天津 300072)

摘 要: 采用粒子成像测速(PIV)技术,精细测量了低速轴流风机内部叶片 60% 跨度处压力面与吸力面的切向和轴向速度,以及风机出口径向平面的切向和径向速度,基于叶片的周缘速度和叶片弦长的雷诺数为 370 000. 应用周期相位平均技术分析雷诺剪切应力与平均速度剪切应变的时空演化过程,并应用互相关技术研究了两者之间的相位关系. 结果表明雷诺剪切应力与平均速度剪切应变的极值发生在不同时空相位,存在相位滞后. 这一现象广泛存在于三维非平衡复杂湍流中,显然,工业领域广泛应用的线性 $k-\epsilon$ 模型具有一定的缺陷,应考虑雷诺应力张量与平均速度应变张量之间的时空滞后现象,从而得到符合物理规律的计算结果. 因此,雷诺应力张量与平均速度应变张量滞后的涡黏模型将成为一个很有发展前景的封闭模型,来更加精准地预测工业领域中广泛存在的非平衡复杂湍流.

关 键 词: 轴流风机; 叶片; 雷诺应力; 速度应变; 滞后涡黏模型

中图分类号: O357.5

文献标志码: A

PIV experiment of Reynolds stress-strain lag eddy viscosity model in axial fan

JIA Yong-xia, JIANG Nan

(Department of Mechanics, School of Mechanical Engineering,
Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: Time-resolved particle image velocimetry (PIV) was used to investigate the flow at suction and pressure sides of 60% span of blades, as well as the flow at the radial plane of fan outlet in a low-speed forward-swept axial fan with three blades at Reynolds number of 370 000, based on the tip speed and the blade chord. The data was processed to yield the time evolution of Reynolds shear stress and averaged velocity shear strain using the phase-averaged method, and the spatial phase relationship between the both was investigated through the correlation technology. The phase lag between Reynolds shear stress and averaged velocity shear strain was found, which phenomenon widely existed in the three-dimensional non-equilibrium turbulence. So the studied Reynolds stress-strain lag eddy viscosity model could be considered as a promising closure for improving the state-of-the-art industrial computational fluid dynamics by accounting for non-equilibrium effects in comparison with a classical linear $k-\epsilon$ model, which is widely applied in the industry.

收稿日期: 2010-11-07; **修订日期:** 2011-02-22

基金项目: 国家自然科学基金重点项目“尾迹引起的边层旁路转捩机理及其控制的实验研究”(10832001);

面上项目“基于瞬态三维层析技术的湍流相干结构特征及其控制机理的实验研究”(10872145);

中国科学院力学研究所非线性国家重点实验室对外开放课题; 天津大学科研创新基金

作者简介: 贾永霞(1983-), 女, 山西忻州人, 博士生, 主要从事湍流实验研究. E-mail: okjyxok@yahoo. com. cn

Key words: axial fan; blade; Reynolds stress; velocity strain;
lag eddy viscosity model

湍流模式理论是解决工程实际问题的有效手段,而涡黏模型是湍流模型中最重要的模型之一,它是通过涡黏系数将雷诺应力张量与平均速度应变张量联系起来,从而使雷诺平均方程封闭,解决工程中的实际问题.目前的涡黏模型由于简单实用,在工程中得到广泛的应用.但是涡黏模型一般只适用于平衡湍流,而对于旋转叶轮机流场中的非平衡湍流,其适用性还缺乏研究.对于平衡湍流,湍流特性和平均速度梯度变化相对较慢,局部平均速度梯度的特征是平均变形的历史效应忽略不计;雷诺应力的平衡由局部过程(产生项、耗散项和再分配项)控制,而非局部输运过程的支配作用非常小,湍动能产生项和耗散项近似平衡.对于非平衡湍流,湍流特性和平均速度梯度变化较快,局部平均速度梯度中包含平均变形的历史效应,在雷诺应力方程中平均剪切引起的湍动能产生和其他局部过程(湍动能再分配和耗散)不能达到局部平衡.尽管目前已经提出很多先进的模型,但是工业领域中的非平衡湍流的数值计算仍然采用平衡状态下的涡黏模型,在雷诺平均方程的框架下进行求解.而目前所使用的涡黏模型都没有考虑雷诺应力张量与平均速度应变张量之间时空弛豫效应的相位关系问题.为了更准确地预报非平衡湍流,应该对传统的涡黏模型进行修正,考虑雷诺应力张量与平均速度应变张量之间时空弛豫效应的相位关系.这对传统的涡黏模型提出了新的研究方向,深入研究这一问题具有重要的理论意义和工程应用价值.

1877年 Boussinesq 针对近似平衡态的定常湍流提出涡黏模型,通过引入正的标量涡黏系数将雷诺应力张量 $\langle u'_i u'_j \rangle$ 与平均速度应变张量 $\langle S_{ij} \rangle$ 直接联系起来(其中“ $\langle \dots \rangle$ ”表示在叶片同一时空相位上的周期相位系综平均),从而解决雷诺平均方程的封闭问题.

$$\langle u'_i u'_j \rangle = \frac{2}{3} k \delta_{ij} = -2\nu_t \langle S_{ij} \rangle \quad (1)$$

其中平均速度应变张量可以写为

$$\langle S_{ij} \rangle = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i} \right] \quad (2)$$

ν_t 是涡黏系数, k 是湍动能. 方程(1)是仿照牛顿流体本构方程中应力与应变之间的各向同性本构

关系列出的,即

$$-(\tau_{ij} + P\delta_{ij}) = -2\nu\mu S_{ij} \quad (3)$$

但是对于非平衡湍流,仍然采用方程(1)这一模型,即在时空上直接将雷诺应力张量与平均速度应变张量联系起来,两者具有相同的时空相位,不符合非平衡湍流的物理机制. Hanjalić 等^[1]研究发现在施加周期应变的流场中,雷诺应力会出现滞后现象,并且受局部流动条件的影响. Hadžić 等^[2]对频率较高的周期压缩膨胀应变流场进行数值模拟研究,结果表明雷诺应力与应变之间的相位滞后需要考虑,否则就会连续不断地产生过量的湍动能. Wang 等^[3]研究了具有空间周期性的槽道湍流场,发现雷诺应力与速度应变之间存在明显的沿着法向变化的相位差. Cambon 等^[4]应用快速畸变理论对施加连续平面变形的各向同性湍流进行了研究,结果发现应力张量与局部应变张量的主轴方向不一致,但是与累积的应变张量的主轴方向比较接近. Chow 等^[5]通过粒子图像测速(PIV)实验研究了涡轮机械流场中转子尾流的结构,也发现在转子后缘附近以及热斑周围,雷诺剪切应力出现极大值时,平均速度剪切应变却消失. Revell 等^[6]提出 $k-\epsilon-C_{as}$ 模型,并分别将这一模型、 $k-\epsilon$ 模型应用于非定常湍流中进行数值计算,也发现 $k-\epsilon$ 模型会产生很高的湍动能,并将非定常湍流中特有的大尺度非定常涡结构耗散,而采用包括滞后效应的模型得到衰减的湍动能,这是由于标准的 $k-\epsilon$ 模型将湍流应力与应变隔离开. 但是,到目前为止,三维非平衡复杂湍流的数值模拟计算还没有普遍准确的湍流模型,需要积累广泛的实验和数值模拟数据,从而提出一个合理预报非平衡湍流的模型.

本文的主要目的是通过 PIV 实验定量分析低速轴流风机内部及出口湍流场中雷诺剪切应力与平均速度剪切应变极值的时空相位关系,为进一步建立合理的雷诺应力与平均速度应变滞后的涡黏模型(简称雷诺应力与应变滞后涡黏模型)提供实验依据,从而改进工业中普遍应用的湍流模型,更加精准地预测非平衡湍流.

1 实验设备与技术

实验在天津大学流体力学实验室进行,采用 Dantec 公司的二维高时间分辨率粒子图像测速

(time-resolved particle image velocimetry, 简称 TRPIV) 系统测量轴流风机内部叶片 60% 跨度处压力面和吸力面的流场分布以及风机出口处径向平面内的流场分布。

1.1 轴流风机系统

实验中的轴流风机设备动力由 1.65 kW 的交流电动机提供, 轴流风机顶部和侧壁材料是树脂玻璃, 从而为 TRPIV 系统测量提供较好的照明和拍摄条件。轴流风机叶片为大弦长、小展弦比的前掠叶片, 叶片数为 3, 叶轮外径为 450 mm, 轮毂比为 0.37, 叶片弦长为 380 mm。测试中风机转速为 840 r/min, 风量为 1373.45 L/min。测量轴流风机湍流流场时, 风机出口未安装导流罩和格栅。

1.2 TRPIV 测量系统

TRPIV 的照明系统为高功率高频双腔脉冲激光器 (diode-pumped Nd:YLF laser), 激光器的输出能量为 10 mJ/pulse, 光束直径为 1.8 mm, 脉冲宽度为 180 ns。流场中播散的示踪粒子是直径为 10 μm 的烟油粒子。高速相机 (Nano Sense cameras) 的分辨率为 1280 pixels $\times$ 1024 pixels。拍摄过程中采用双帧模式, 测量时通过同步控制器保持数字相机与脉冲激光器的完全同步性。高速相机的采样频率为 840 Hz, 曝光时间为 200 μs , 相邻曝光的时间间隔为 60 μs , 镜头的光圈数设为 1.4, 相应的分辨率为 9 pixels/mm, 在测量位置记录 840 对图片。在数据处理过程中, 对拍摄的每一对图像进行图像增强, 去掉叶片的痕迹, 然后做互相关计算, 互相关的精度为 0.1 pixel 的粒子位移, 查询窗口大小为 32 pixels $\times$ 32 pixels, 重叠率为 75%, 最终获得的每一张速度场矢量图中包括 77 $\times$ 61 个速度矢量, 实际测量窗口大小为 130 mm $\times$ 110 mm。

1.3 实验测量方案

实验测量了轴流风机流场中的两个区域, 坐标原点位于轮毂表面中心处, 图 1 给出轴流风机内部叶片 60% 跨度处压力面和吸力面的流场分布测量示意图。如图所示, 拍摄区域 1 左下角顶点的坐标为 (40 mm, -20 mm, 168 mm)。图 2 给出距离轴流风机出口 3.5 cm 的径向平面内流场测量示意图。如图所示, 拍摄区域 2 左下角顶点位于坐标原点。

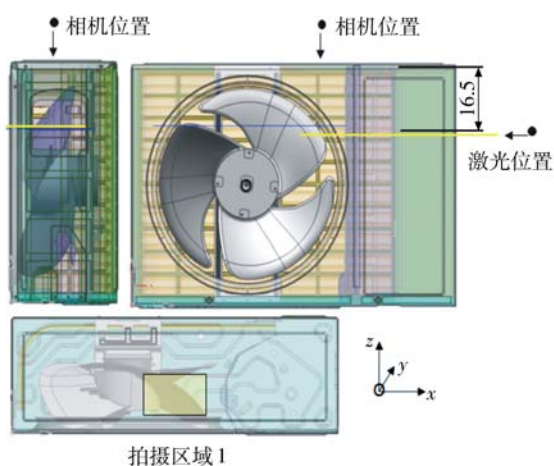


图 1 轴流风机内部叶片 60% 跨度处流场测量示意图 (单位: cm)

Fig. 1 Instrumentation plan of the axial fan interior flow field at 60% span of blade (unit: cm)

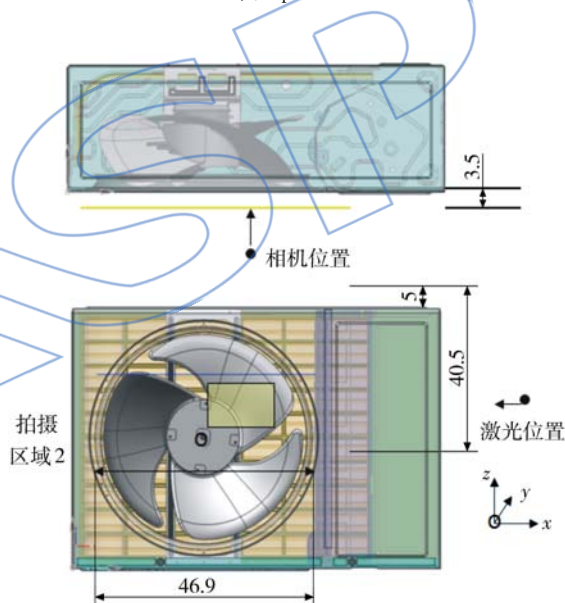


图 2 轴流风机出口处径向平面内流场测量示意图 (单位: cm)

Fig. 2 Instrumentation plan of the axial fan outlet flow field at the radial plane (unit: cm)

2 实验结果分析与讨论

采用周期相位平均技术从瞬时速度信号中获取周期成分, 从而得到周期相位平均的二维速度, 雷诺应力张量和平均速度应变张量, 其表达式如下:

$$\langle u_i \rangle(x, y, \phi) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N u_i(x, y, 2k\pi + \phi)$$

(4)

$$\langle u'_i u'_j \rangle(x, y, \phi) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \{ [u_i(x, y, 2k\pi + \phi) - \langle u_i \rangle] \cdot [u_j(x, y, 2k\pi + \phi) - \langle u_j \rangle] \} \quad (5)$$

$$\langle S_{ij} \rangle(x, y, \phi) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i} \right\} \quad (6)$$

其中“ $\langle \dots \rangle$ ”表示在叶片同一时空相位上的周期相位系综平均, $N=14$ 是叶片同一相位处所拍摄的瞬时速度矢量场的周期样本数, x 和 y 分别代表切向和轴向坐标, ϕ 是相位角, u_i 和 u_j 的下标 i 和 j 分别取 1 和 2, 表示切向速度 u_1 和轴向速度 u_2 .

2.1 轴流风机叶片 60% 跨度处实验结果分析

图 3 给出叶片 60% 跨度处不同时空相位的周期相位平均切向速度 $\langle u_1 \rangle / U_{\text{tip}}$ 等值线图. 图中气流方向从上向下, 白色箭头表示叶片的旋转方向, 叶片转速 $\Omega = 840 \text{ r/min}$ ($Re = 420\,000$), 叶片周缘速度 $U_{\text{tip}} = 20.06 \text{ m/s}$, 叶片弦长 $c = 380 \text{ mm}$, T 表示一个叶片经过拍摄视野需要的时间. 白色

圆点表示涡团中心, 当叶片不同相位经过测量平面内时, 叶片吸力面附近均出现一涡团, 而且随着叶片的旋转, 从叶片相位 $t/T = 0.50$ 到 $t/T = 0.80$, 涡团逐渐扩大. 这一现象的原因是, 在叶片旋转引起的逆压力梯度场中, 起初形成的叶尖涡快速拉伸, 沿着螺旋线运动, 并与尾迹涡相互作用, 最终这种螺旋形的叶尖涡破碎而形成集中的涡团. 在三角翼以及燃烧室内旋流式喷嘴的前缘涡结构中也能观察到这种普遍的涡结构破碎现象 (见文献 [7-11]). 带箭头的黑色实线表示流体速度的轨迹, 流体质点从吸力面运动到压力面. 从图中也可以看到, 叶片吸力面切向速度的幅值大于压力面的幅值.

图 4 给出叶片 60% 跨度处不同时空相位的周期相位平均速度剪切应变 (简称平均速度剪切应变) $\langle S_{12} \rangle / \Omega$ 和不同时空相位的周期相位雷诺剪切应力 (简称雷诺剪切应力) $\langle u'_1 u'_2 \rangle / U_{\text{tip}}^2$ 等值线图. 从图中可以看出, 在叶片 60% 跨度处的同

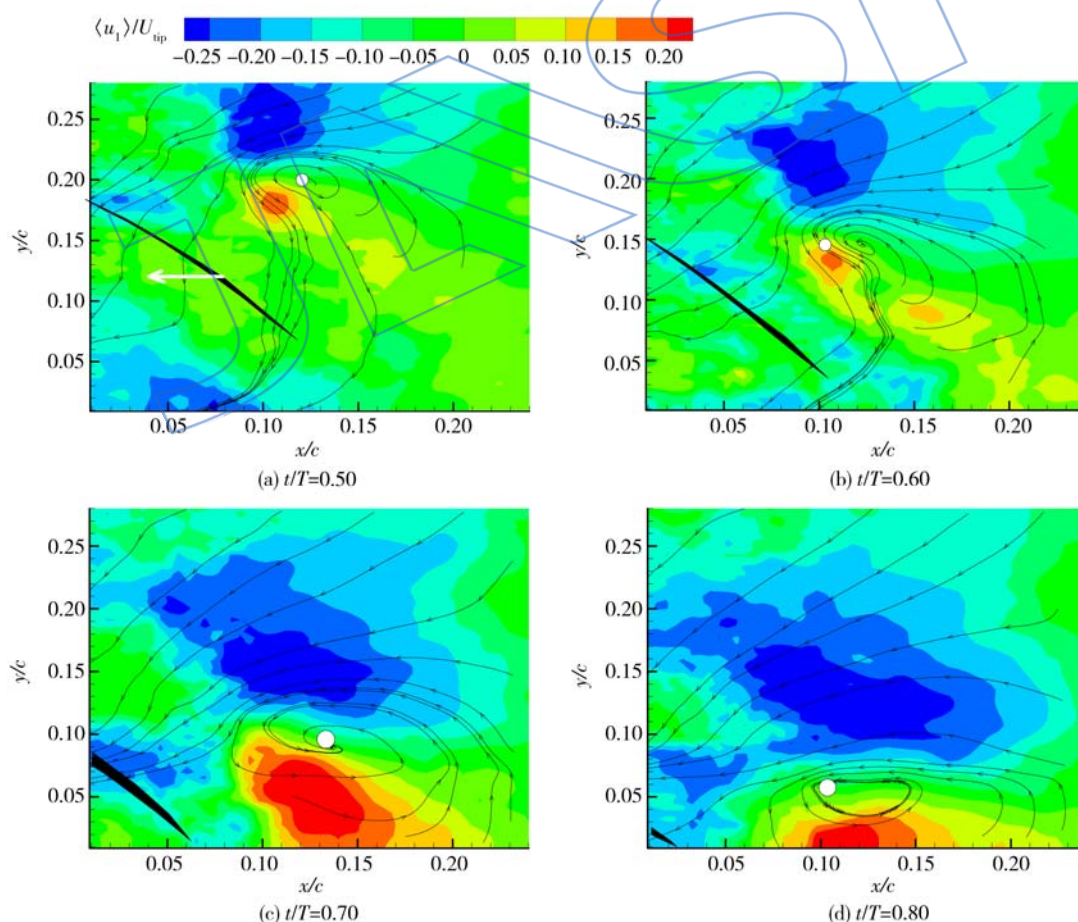


图 3 叶片 60% 跨度处不同时空相位的周期相位平均切向速度 $\langle u_1 \rangle / U_{\text{tip}}$ 等值线图

Fig. 3 Contours of phase averaged tangential velocity $\langle u_1 \rangle / U_{\text{tip}}$ at the different blade phases and at 60% span

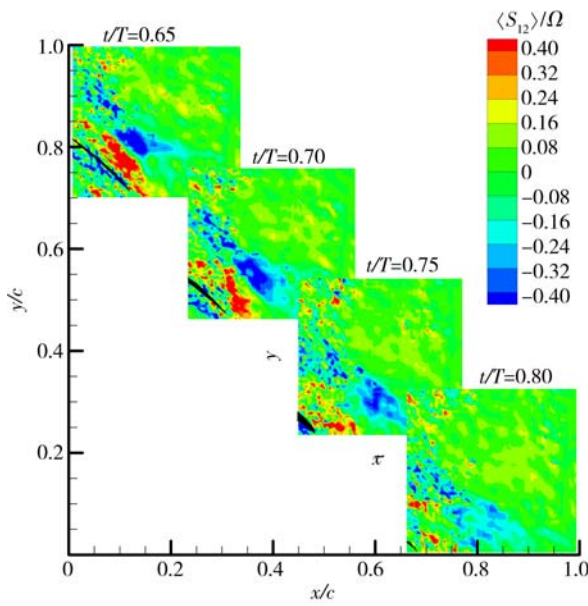
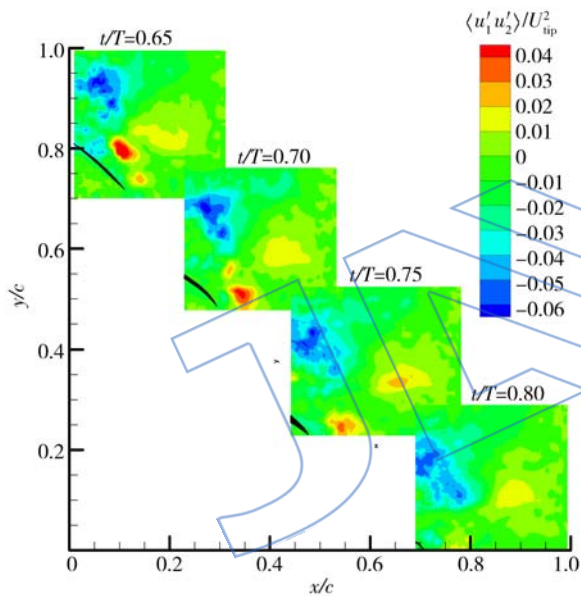
(a) 平均速度剪切应变 $\langle S_{12} \rangle / \Omega$ (b) 雷诺剪切应力 $\langle u'_1 u'_2 \rangle / U_{tip}^2$

图 4 叶片 60% 跨度处不同时空相位的周期相位
平均速度剪切应变 $\langle S_{12} \rangle / \Omega$ 和雷诺剪切
应力 $\langle u'_1 u'_2 \rangle / U_{tip}^2$ 等值线图

Fig. 4 Distributions of averaged velocity shear strain
 $\langle S_{12} \rangle / \Omega$ and Reynolds shear stress $\langle u'_1 u'_2 \rangle / U_{tip}^2$
at the different blade phases and at 60% span

一相位, 雷诺剪切应力与平均速度剪切应变的极值在测量平面内出现的区域不同. 在叶片相位 $t/T=0.65$ 位置, $\langle S_{12} \rangle / \Omega$ 的极大值位于空间位置 $[x/c, y/c] = [0.10, 0.05]$ 附近, 极小值位于 $[x/c, y/c] = [0.12, 0.10]$ 附近; $\langle u'_1 u'_2 \rangle / U_{tip}^2$ 的极大值位于空间位置 $[x/c, y/c] = [0.12, 0.10]$ 附近, 极小值位于 $[x/c, y/c] = [0.07, 0.24]$ 附近. 通过

对比 $\langle S_{12} \rangle / \Omega$ 和 $\langle u'_1 u'_2 \rangle / U_{tip}^2$ 极值出现的位置, 发现随着叶片的旋转, 总体趋势是雷诺剪切应力的出现滞后于平均速度剪切应变. 这是由于在非平衡湍流中, 湍流特性和平均速度应变的变化相对较快, 局部平均速度应变中包含平均应变的历史效应. Chow 等^[5] 发现在涡轮机转子后缘附近, 雷诺剪切应力出现极大值时, 平均速度剪切应变却消失. 这说明雷诺应力与应变之间的不同步性存在于整个流场中. 雷诺应力与应变的不一致性是非平衡态湍流的一个普遍特性^[12], 因此在预测非平衡态湍流时应该包括雷诺应力的历史演变效应. 而 Boussinesq 的线性涡黏模型是基于平衡态湍流提出的模型, 未考虑雷诺应力与平均速度应变的不同步性, 不能充分解释涡轮机械内部流场中的三维非平衡现象, 因此进行三维非平衡湍流计算时会产生错误的结果.

图 5 给出叶片 60% 跨度处不同相位的雷诺剪切应力 $\langle u'_1 u'_2 \rangle / U_{tip}^2$ 与平均速度剪切应变 $\langle S_{12} \rangle / \Omega$ 的互相关系数等值线图. 在叶片相位 $t/T=0.20$ 位置, 互相关系数在空间位置 $[x/c, y/c] = [0.07, 0.25]$ 附近出现最大值, 即雷诺剪切应力 $\langle u'_1 u'_2 \rangle / U_{tip}^2$ 在空间上滞后于平均速度剪切应变 $\langle S_{12} \rangle / \Omega$ 的空间距离 $x/c = 0.07$,

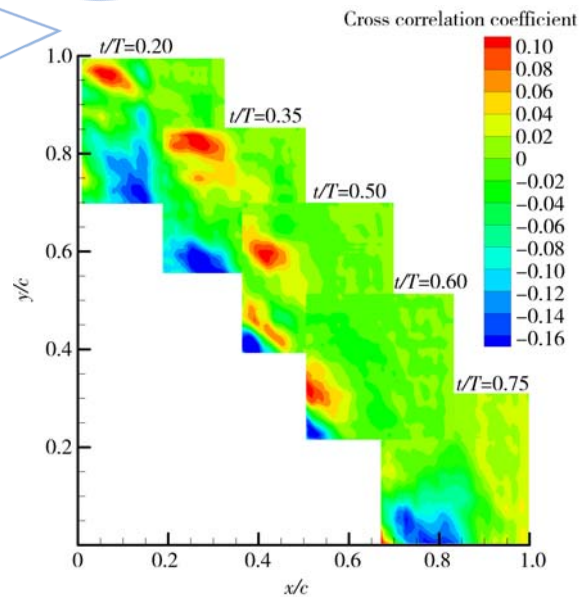


图 5 叶片 60% 跨度处不同时空相位的雷诺剪切应力
与平均速度剪切应变的互相关系数等值线图

Fig. 5 Contour of cross correlation coefficient
between Reynolds shear stress and averaged
velocity shear strain at the different
blade phases and at 60% span

$y/c=0.25$. 在叶片相位 $t/T=0.50$ 位置, 互相关系数最大值出现在空间位置 $[x/c, y/c]=[0.05, 0.12]$ 附近, 即 $\langle u'_1 u'_2 \rangle / U_{\text{tip}}^2$ 在空间上滞后于 $\langle S_{12} \rangle / \Omega$ 的空间距离 $x/c=0.05, y/c=0.12$. 从图中可以看到, 随着叶片的旋转, 从叶片相位 $t/T=0.20$ 到 $t/T=0.80$, 互相关系数的最大值沿着轴向向原点移动, 即轴向的空间延迟逐渐减小; 而切向变化相对较小, 切向的空间延迟基本保持不变. 通过以上分析也进一步说明雷诺剪切应力与平均速度剪切应变在空间变化上具有不同步性. 因此, 不能简单地将两者通过实数的涡黏系数联系起来, 需要考虑空间不同步性. 由于这种空间不同步呈现出一定的周期性, 有规律可循, 可以通过引入雷诺应力与应变滞后的复涡黏模型来解决这一问题.

2.2 轴流风机出口径向平面内实验结果分析

图6给出风机出口处径向平面内不同时空相位的周期相位平均速度剪切应变 $\langle S_{13} \rangle / \Omega$ 和雷诺剪切应力 $\langle u'_1 u'_3 \rangle / U_{\text{tip}}^2$ 等值线图, u_i 和 u_j 的下标 i 和 j 分别取1和3, 表示测量平面中的切向速度 u_1 和径向速度 u_3 . 从图中明显看到, 在叶片不同相位处, 平均速度剪切应变极大值出现的位置正好是雷诺剪切应力极小值出现的位置, 两者极值的空间分布不一致. 从湍流模型建立的角度出发, 比较关注雷诺应力与应变之间的几何关系, 其中两者之间的时空相位关系属于这种关系中的一个方面. 图7通过互相关系数的等值线分布定量给出风机出口处径向平面内雷诺剪切应力与平均速度剪切应变之间的相位关系. 互相关系数分布呈

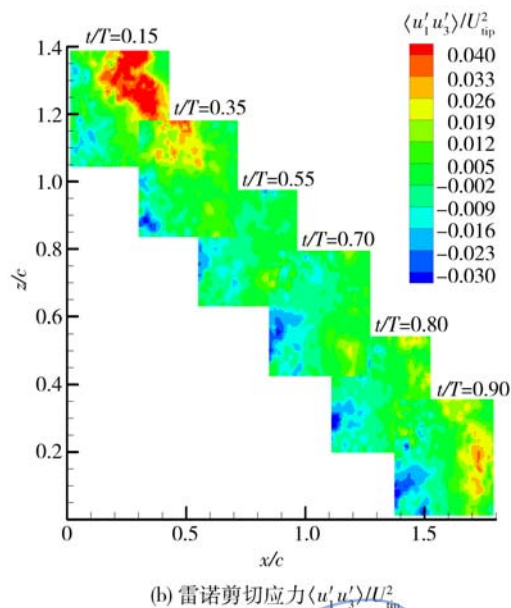
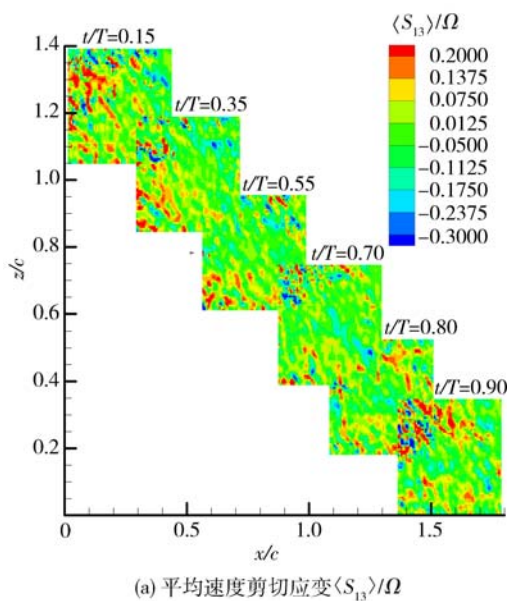


图6 叶片出口处径向平面内不同时空相位的周期相位平均速度剪切应变 $\langle S_{13} \rangle / \Omega$ 和雷诺剪切应力 $\langle u'_1 u'_3 \rangle / U_{\text{tip}}^2$ 等值线图

Fig. 6 Distributions of averaged velocity shear strain $\langle S_{13} \rangle / \Omega$ and Reynolds shear stress $\langle u'_1 u'_3 \rangle / U_{\text{tip}}^2$ at the different blade phases and at the radial plane of fan outlet

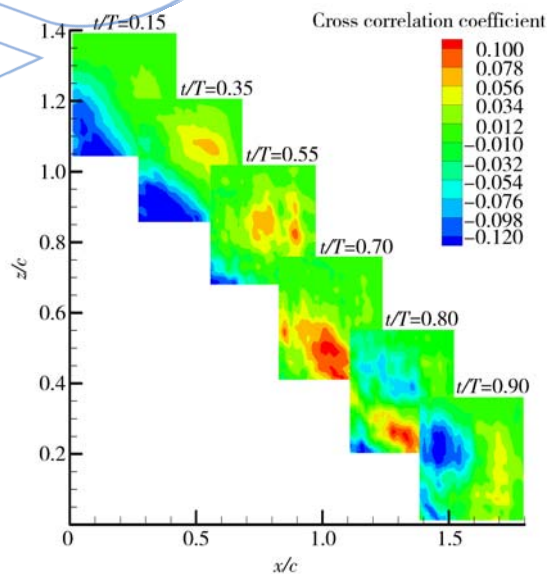


图7 叶片出口处径向平面内不同相位的雷诺剪切应力与平均速度剪切应变的互相关系数等值线图

Fig. 7 Contour of cross correlation coefficient between Reynolds shear stress and averaged velocity shear strain at the different blade phases and at the radial plane of fan outlet

现出周期性的变化趋势,在 $t/T=0.35$ 时刻,极大值在测量平面内 $[x/c, z/c]=[0.30, 0.22]$ 附近出现,即雷诺剪切应力 $\langle u'_1 u'_3 \rangle / U_{\text{tip}}^2$ 与平均速度剪切应变 $\langle S_{13} \rangle / \Omega$ 的空间延迟为 $x/c=0.30, z/c=0.22$ 。随着时间的推移,极大值沿着斜对角线向右下方移动,直到一个周期结束,极大值消失,在下一个周期重复出现以上规律。将图 7 与拍摄区域 1 的图 5 对比发现,在图 5 中,随着叶片的旋转,互相关系数极大值几乎只沿着轴向周期性变化,而在图 7 中,互相关系数极大值周期性的变化与径向和切向均有关系。以上分析表明,如果采用包含时空相位信息的涡黏模型对轴流风机湍流场进行数值模拟时,由于不同部位的流场中雷诺剪切应力与平均速度剪切应变之间的时空相位关系与不同的坐标参数有关,因此在构建雷诺应力与应变滞后涡黏模型时需要区别对待。

3 结 论

采用 TRPIV 系统测量低速轴流风机内部叶片 60% 跨度处不同相位吸力面和压力面的速度场以及风机出口处径向平面内的速度场,研究了雷诺剪切应力与平均速度剪切应变的空间周期相位分布以及两者之间的时空相位关系,主要结论如下:

1) 当叶片 60% 跨度处不同相位经过测量平面内时,叶片吸力面附近均出现一涡团,而且随着叶片的旋转,涡团逐渐扩大,这是叶尖涡破碎过程与尾迹涡相互作用的结果,充分说明叶片测量位置流场是及其复杂的三维非平衡湍流场。

2) 在叶片 60% 跨度不同相位处,雷诺剪切应力与平均速度剪切应变的极值出现的区域不同步,总体趋势是雷诺剪切应力滞后于平均速度剪切应变,说明雷诺应力与局部速度应变的累积效应有关;对于风机出口处径向平面内,平均速度剪切应变极大值出现的位置正好是雷诺剪切应力极小值出现的位置;以上两个测量区域时空相位的周期变化与空间坐标参数有关。

3) 对于涡轮机械内部流场的三维非平衡现象,使用线性涡黏模型模拟雷诺应力时未考虑雷诺应力与平均速度应变之间的时空相位的不同步性,因此用 Boussinesq 的有效黏度的概念不能准确地描述涡轮机械内部流场中非平衡现象的物理机理。

4) 应用线性涡黏模型求解涡轮机械内部流

场的三维非平衡复杂湍流时,应充分考虑大尺度涡结构之间相互作用而引起动量传递的时空弛豫效应,来建立雷诺应力张量与平均速度应变滞后的涡黏模型,即使用带有时空相位变化的涡黏系数乘以平均速度应变来模拟雷诺应力。这一模型有可能成为一个很有发展前景的封闭模型,从而更加精准地预测工业领域中广泛存在的非平衡复杂湍流。

参考文献:

- [1] Hanjalić K, Jakirlić S, Hadžić I. Computation of oscillating turbulent flows at transitional Re-numbers[C]// Proceedings of the 9th Turbulent Shear Flows. New York: Springer, 1995: 323-342.
- [2] Hadžić I, Hanjalić K, Laurence D. Modeling the response of turbulence subjected to cyclic irrotational strain[J]. Physics of Fluids, 2001, 13(6): 1740-1747.
- [3] Wang X J, Luo J S, Zhou H. On the eddy viscosity model of periodic turbulent shear flows[J]. Acta Mechanica Sinica, 2003, 19(5): 470-475.
- [4] Cambon C, Scott J F. Linear and nonlinear models of anisotropic turbulence[J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 1999, 31: 1-53.
- [5] Chow Y C, Uzun O, Katz J, et al. Experimental study of the structure of a rotor wake in a complex turbomachinery flow[R]. ASME Paper 2003-FEDSM-45575, 2003.
- [6] Revell A J, Benhamadouche S, Craft T, et al. A stress-strain lag eddy viscosity model for unsteady mean flow[J]. International Journal of Heat and Fluid Flow, 2006, 27(5): 821-830.
- [7] Sarpkaya T. On stationary and traveling vortex breakdowns[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1971, 45(3): 545-559.
- [8] Hall M G. Vortex breakdown[J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 1972, 4: 195-218.
- [9] Leibovich S. The structure of vortex breakdown[J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 1978, 10: 211-246.
- [10] Brücker C, Althaus W. Study of vortex breakdown by particle tracking velocimetry (PTV) Part 1: bubble-type vortex breakdown[J]. Experiments in Fluids, 1992, 13(5): 339-349.
- [11] Brücker C. Study of vortex breakdown by particle tracking velocimetry (PTV) Part 2: spiral-type vortex breakdown[J]. Experiments in Fluids, 1993, 14(1-2): 133-139.
- [12] Bourguet R, Braza M, Perrin R, et al. Physical analysis of an anisotropic eddy-viscosity concept for strongly detached turbulent unsteady flows[C]// IUTAM Bookseries, IUTAM Symposium on Unsteady Separated Flows and their Control. Netherlands: Springer, 2009, 14: 381-393.